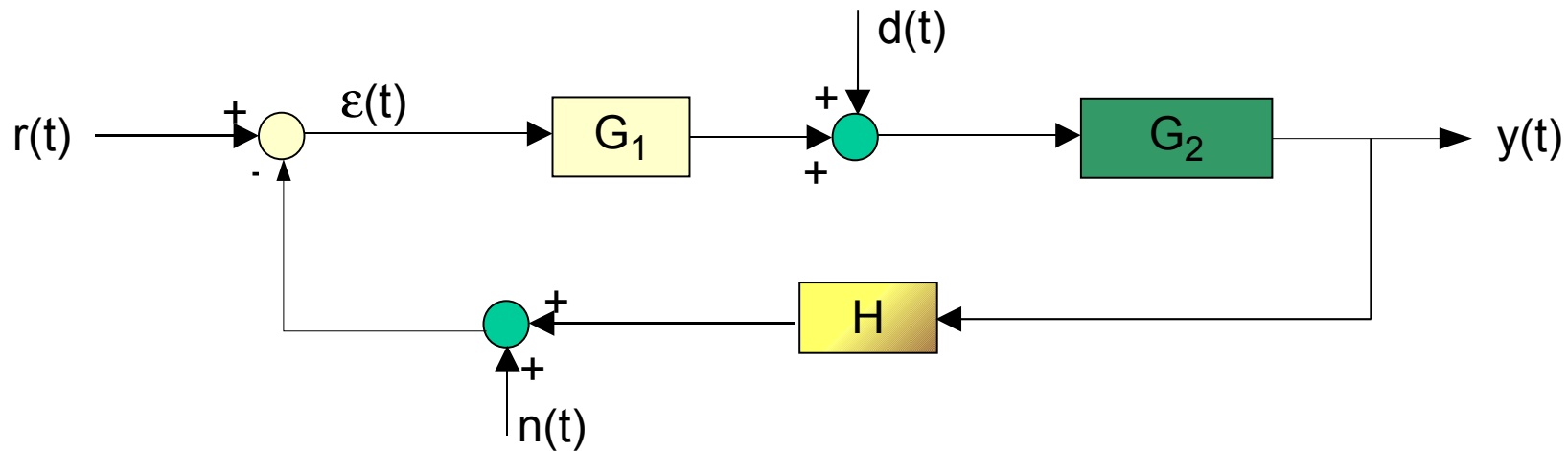


Legami tra FdT a ciclo aperto e ciclo chiuso

- Sistemi a retroazione unitaria
- Legami qualitativi
- Relazioni approssimate

Sistemi a retroazione unitaria

Struttura di un sistema di controllo in retroazione single-loop



$$G(s) = G_1(s) G_2(s)$$

$$F(s) = G(s) H(s)$$

$$W_r(s) = \frac{G(s)}{1 + F(s)}$$

$$W_d(s) = \frac{G_2(s)}{1 + F(s)}$$

$$W_n(s) = \frac{-G(s)}{1 + F(s)}$$

$r(t)$: Segnale di riferimento

$d(t)$: Segnale disturbante

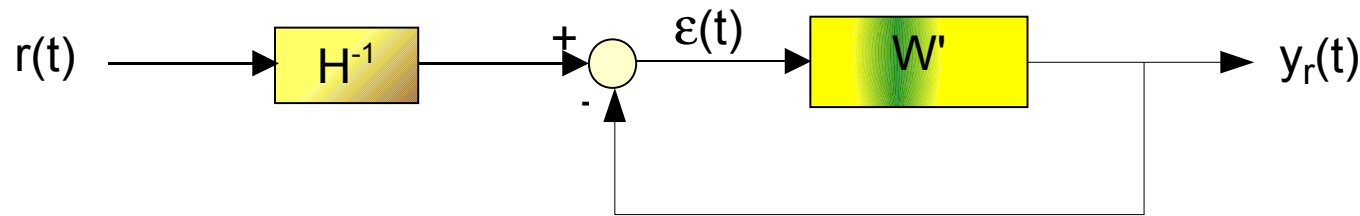
$n(t)$: Rumore/Disturbo di misura

$y(t)$: Segnale di uscita

$e(t)$: Segnale di errore

Sistemi a retroazione unitaria

Sistema di controllo in retroazione unitaria single-loop equivalente



$$G(s) = G_1(s) G_2(s) \quad F(s) = G(s) H(s)$$

$$W_r(s) = -W_n(s) = \frac{G(s)}{1 + F(s)} = \frac{H(s)}{H(s)} \frac{G(s)}{1 + F(s)} = \frac{1}{H(s)} \frac{F(s)}{1 + F(s)} = \frac{1}{H(s)} W'_r(s)$$

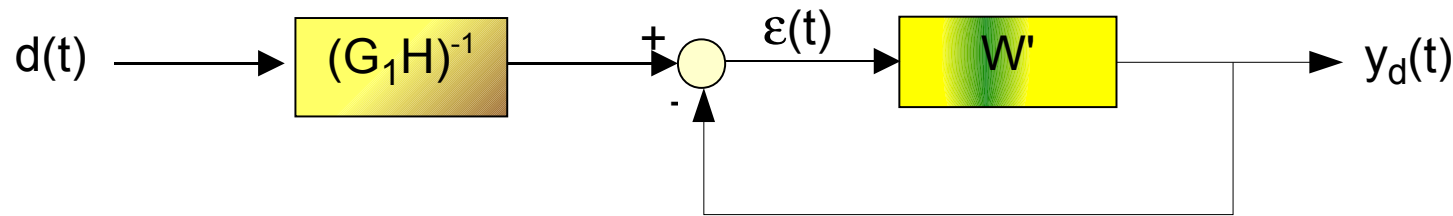
Se blocco di retroazione statico

$$H(s) = \frac{1}{K_d} \Rightarrow W_r(s) = -W_n(s) = K_d \frac{F(s)}{1 + F(s)} = K_d W'_r(s)$$

$$e(t) = K_d \varepsilon(t)$$

Sistemi a retroazione unitaria

Sistema di controllo in retroazione unitaria single-loop equivalente



$$G(s) = G_1(s) G_2(s) \quad F(s) = G(s) H(s)$$

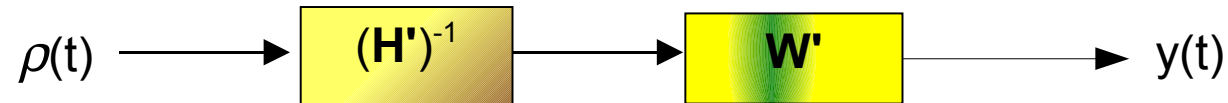
$$W_d(s) = \frac{G_2(s)}{1 + F(s)} = \frac{G_1(s) H(s)}{G_1(s) H(s)} \frac{G_2(s)}{1 + F(s)} = \frac{1}{G_1(s) H(s)} \frac{F(s)}{1 + F(s)} = \frac{1}{G_1(s) H(s)} W'_r(s)$$

Se blocco di retroazione statico

$$H(s) = \frac{1}{K_d} \Rightarrow W_d(s) = \frac{K_d}{G_1(s)} \frac{F(s)}{1 + F(s)} = \frac{K_d}{G_1(s)} W'_r(s)$$

Sistemi a retroazione unitaria

Sistema di controllo in retroazione unitaria single-loop equivalente



$$W'(s) = \frac{F(s)}{1 + F(s)}$$

$$F(s) = G_1(s) G_2(s) H(s)$$

Se $\rho(t) = d(t)$

$$H'(s) = G_1(s) H(s)$$

$$W_d(s) = \frac{1}{G_1(s) H(s)} W'(s)$$

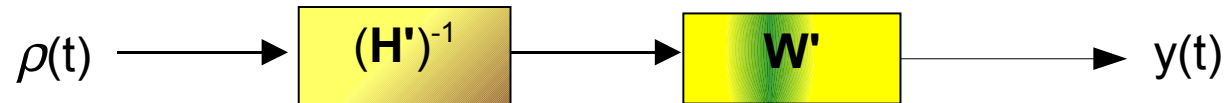
Se $\rho(t) = r(t)$

$$H'(s) = H(s)$$

$$W_r(s) = \frac{1}{H(s)} W'(s)$$

Sistemi a retroazione unitaria

Sistema di controllo in retroazione unitaria single-loop equivalente



$$W'(s) = \frac{F(s)}{1 + F(s)}$$

$$F(s) = G_1(s) G_2(s) H(s)$$

Le caratteristiche del sistema di controllo single loop possono essere valutate mediante un filtro a retroazione unitaria pre-compensato da un filtro, eventualmente non causale

$$W(s) = \frac{1}{H'(s)} W'(s)$$

$$H'(s) = H(s)$$

Riferimento - Uscita

$$H'(s) = G_1(s) H(s)$$

Disturbo - Uscita

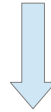
Legami qualitativi

Sistema di controllo in retroazione unitaria single-loop equivalente



$$W'(s) = \frac{F(s)}{1 + F(s)}$$

Rispetto delle specifiche sul comportamento a regime

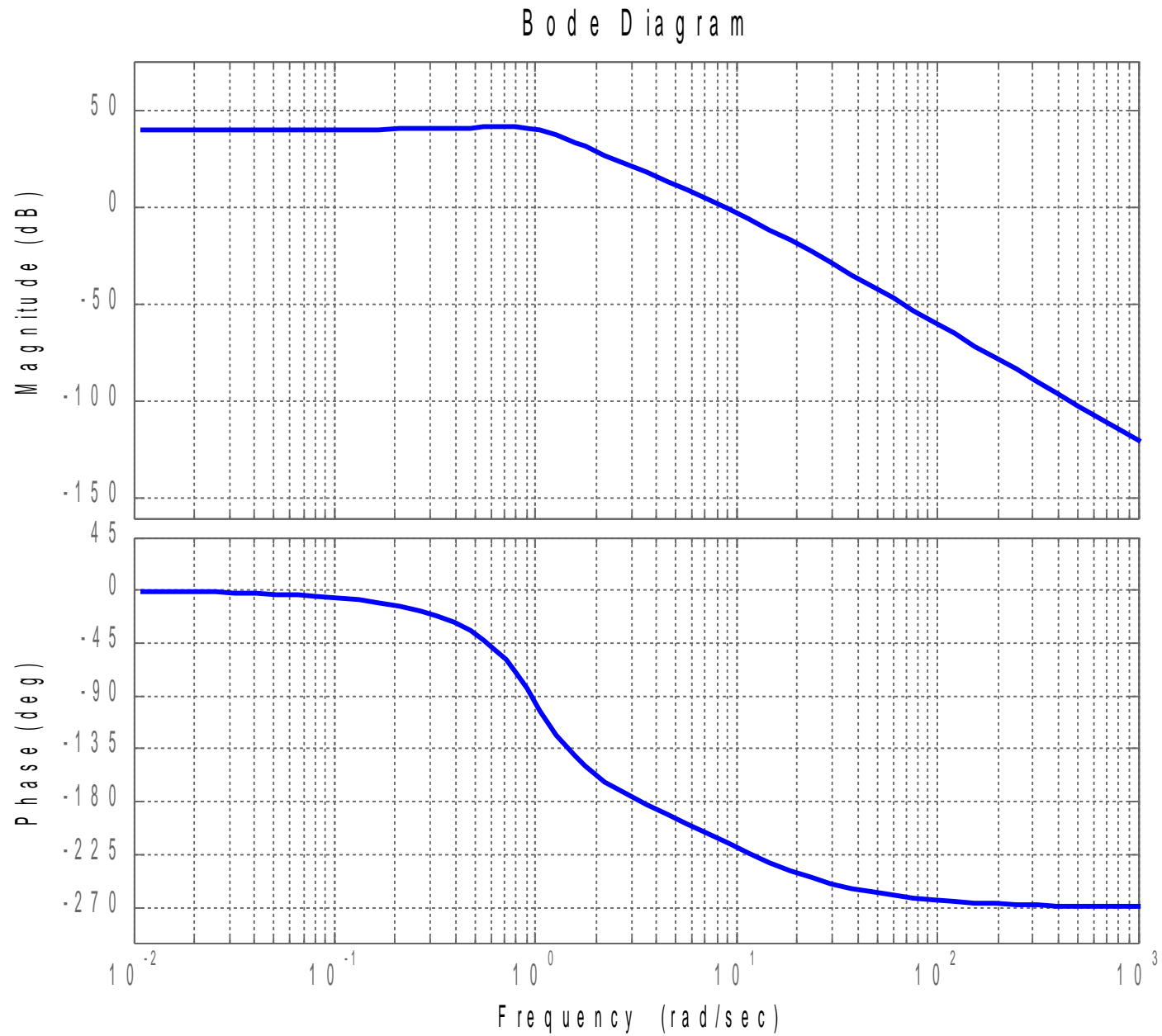


Modulo della $F(s)$ elevati in bassa frequenza

Legami qualitativi

Si

nte

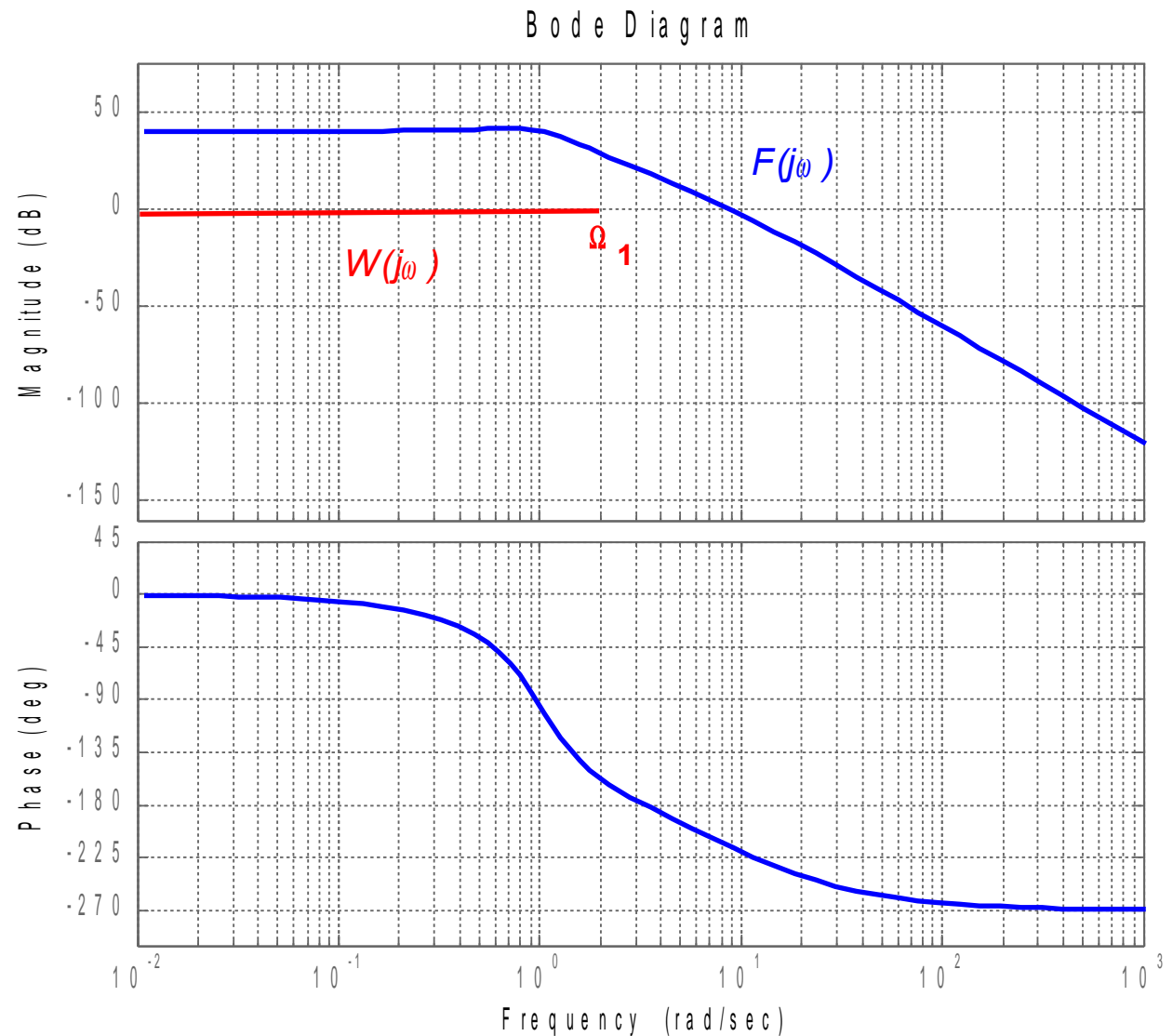


Legami qualitativi

Sistema di controllo in retroazione unitaria single-loop equivalente

$$W'(s) = \frac{F(s)}{1 + F(s)}$$

$$|F(s)| \gg 1 \Rightarrow |W(s)| \approx 1$$

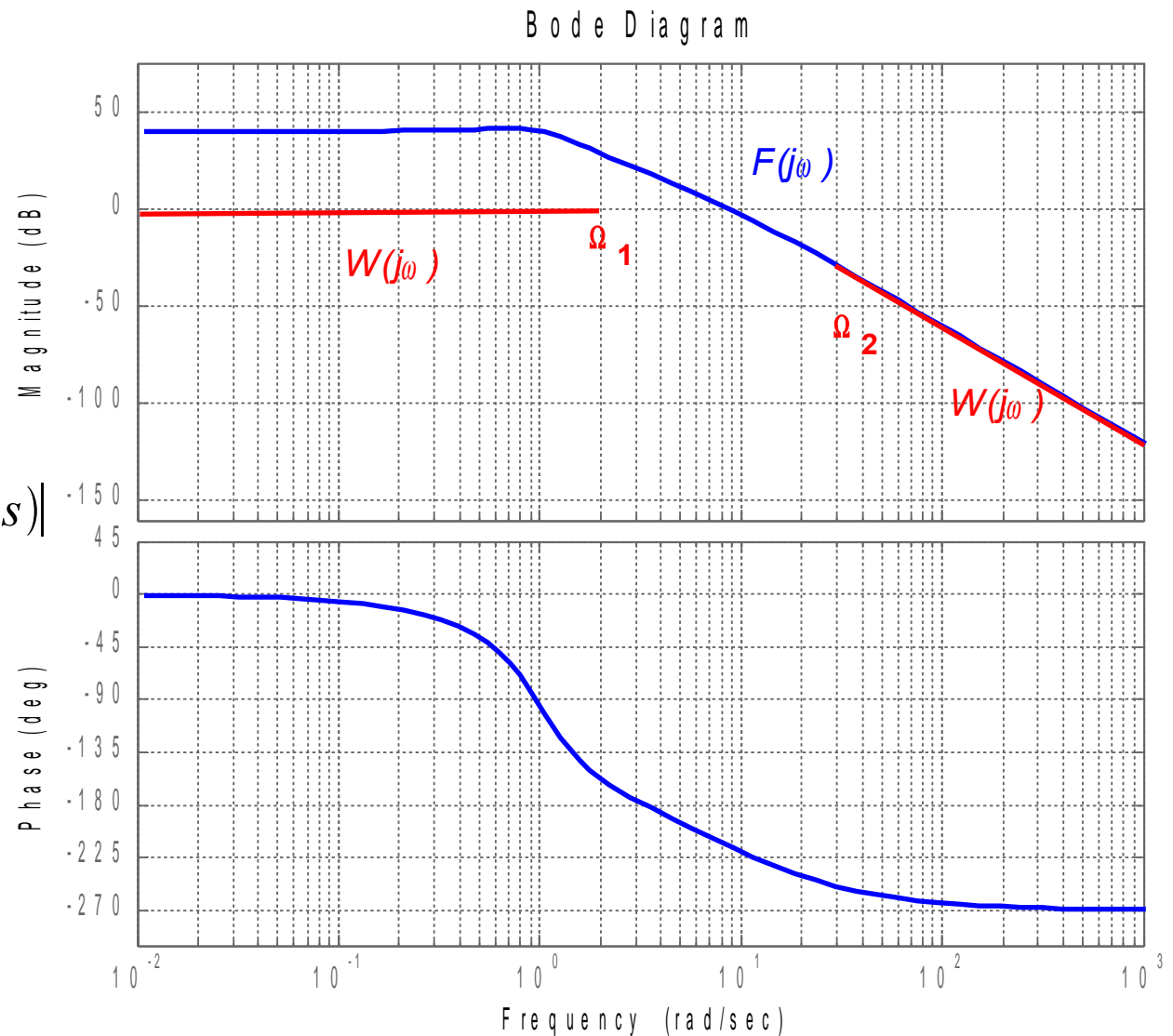


Legami qualitativi

Sistema di controllo in retroazione unitaria single-loop equivalente

$$W'(s) = \frac{F(s)}{1 + F(s)}$$

$$|F(s)| \ll 1 \Rightarrow |W(s)| \approx |F(s)|$$



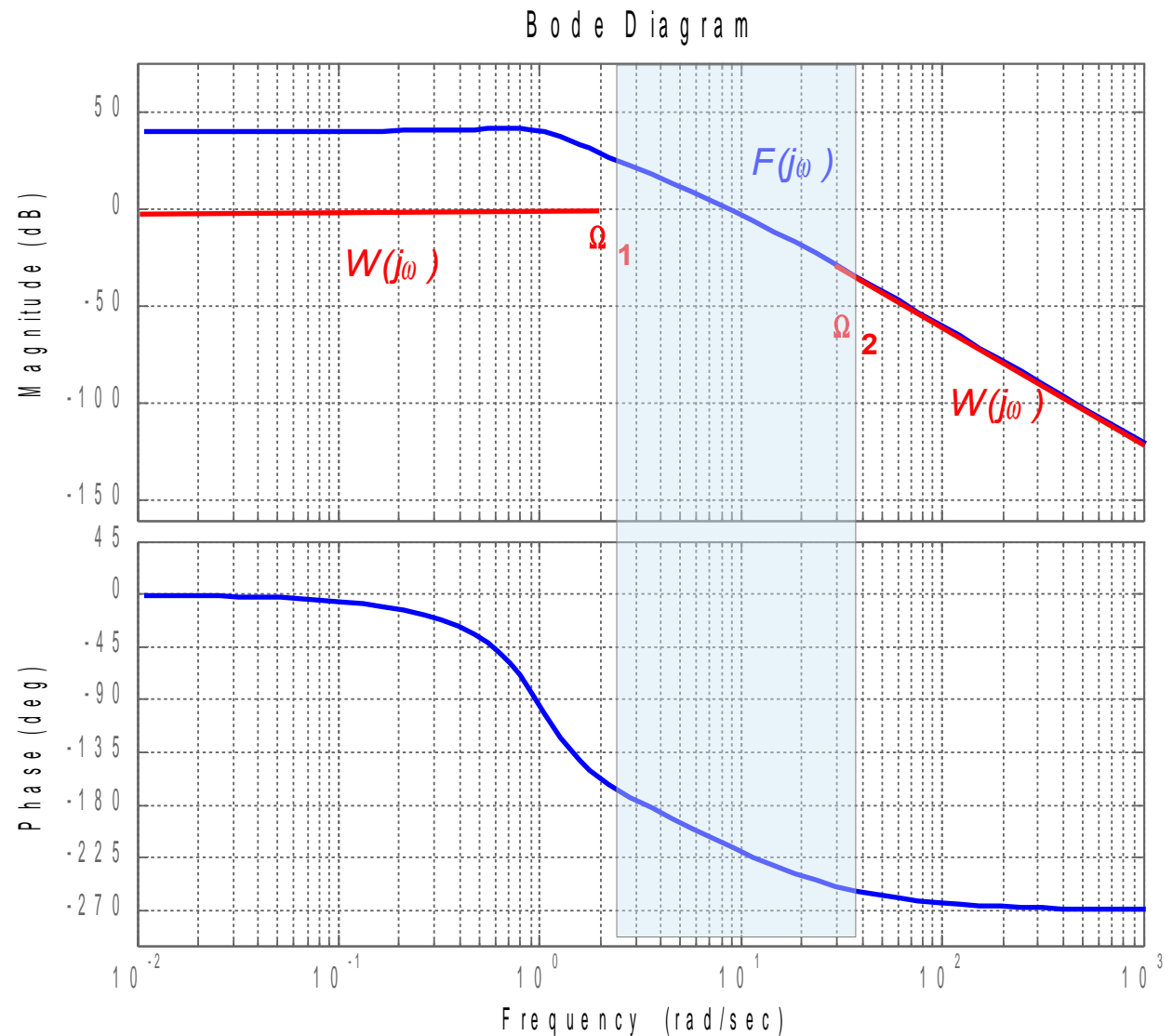
Legami qualitativi

Sistema di controllo in retroazione unitaria single-loop equivalente

$$W'(s) = \frac{F(s)}{1 + F(s)}$$

$$|F(j\omega)|; \omega \in [\Omega_1; \Omega_2]$$

Dipende da
fase di $F(j\omega)$



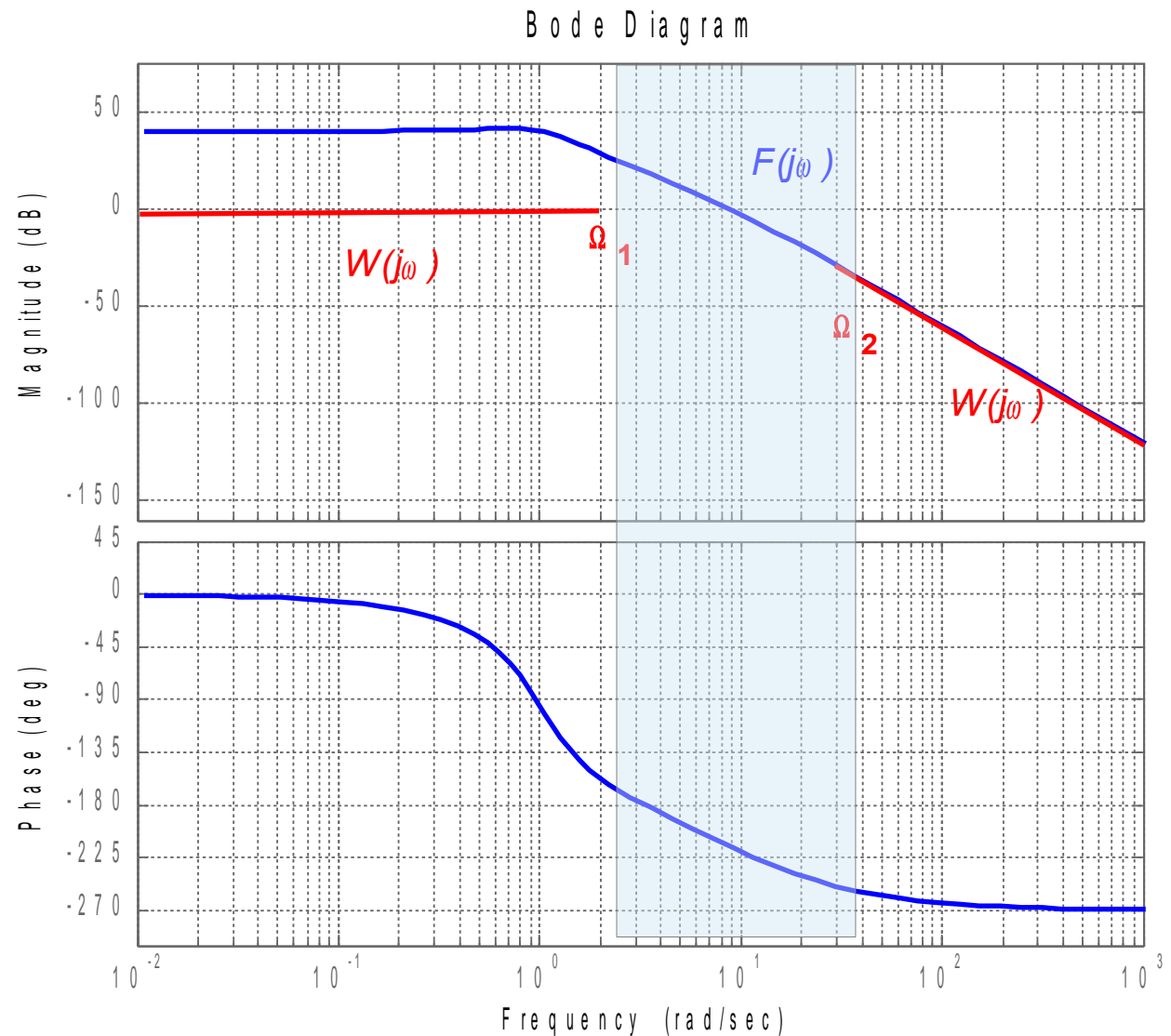
Legami qualitativi

Sistema di controllo in retroazione unitaria single-loop equivalente

$$W'(s) = \frac{F(s)}{1 + F(s)}$$

$$|F(j\omega)|; \omega \in [\Omega_1; \Omega_2]$$

La B_3 della
 $W(j\omega)$
sarà
compresa tra
 Ω_1 e Ω_2



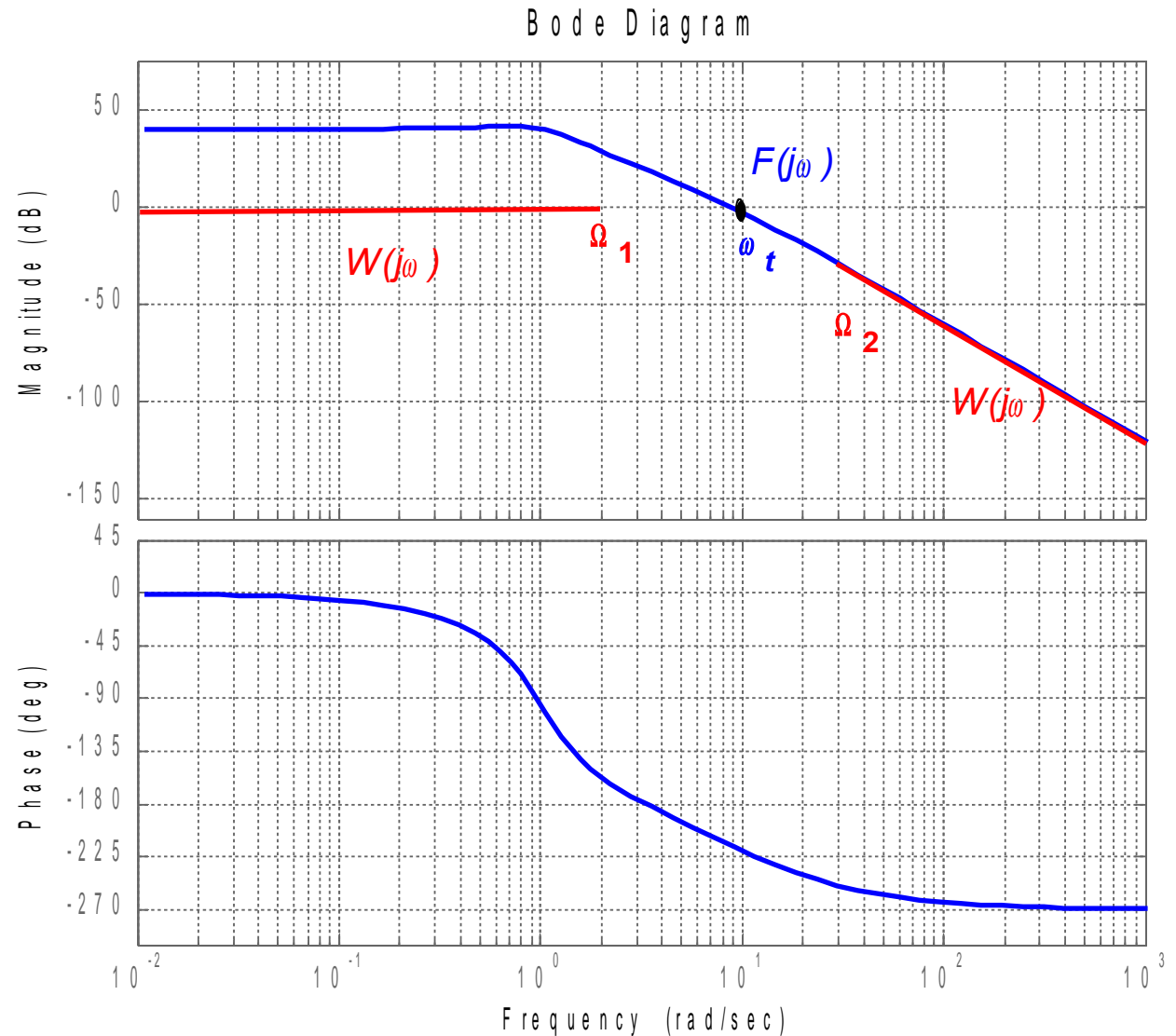
Legami qualitativi

Sistema di controllo in retroazione unitaria single-loop equivalente

$$W'(s) = \frac{F(s)}{1 + F(s)}$$

$$|F(j\omega)|; \omega \in [\Omega_1; \Omega_2]$$

La B_3 della
 $W(j\omega)$
sarà
compresa tra
 Ω_1 e Ω_2
prossima alla
 ω_t



Relazioni approssimate

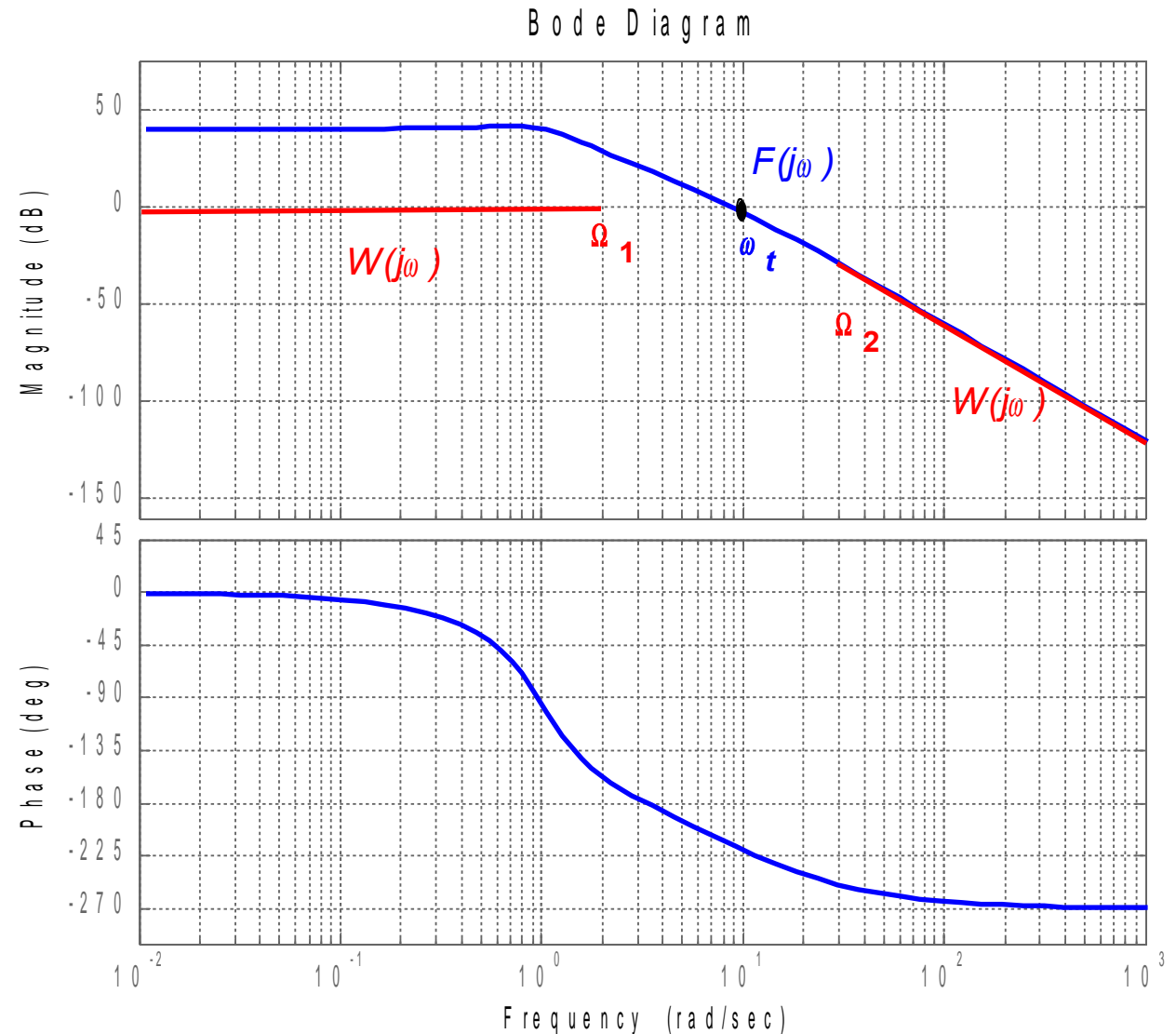
Sistema di controllo in retroazione unitaria single-loop equivalente

$$W'(s) = \frac{F(s)}{1 + F(s)}$$

La B_3 della
 $W(j\omega)$
sarà prossima
alla ω_t

$$2\pi B_3[W] \approx \omega_t[F]$$

$$\omega_t[F] \approx (3-5) B_3[W]$$



Relazioni approssimate

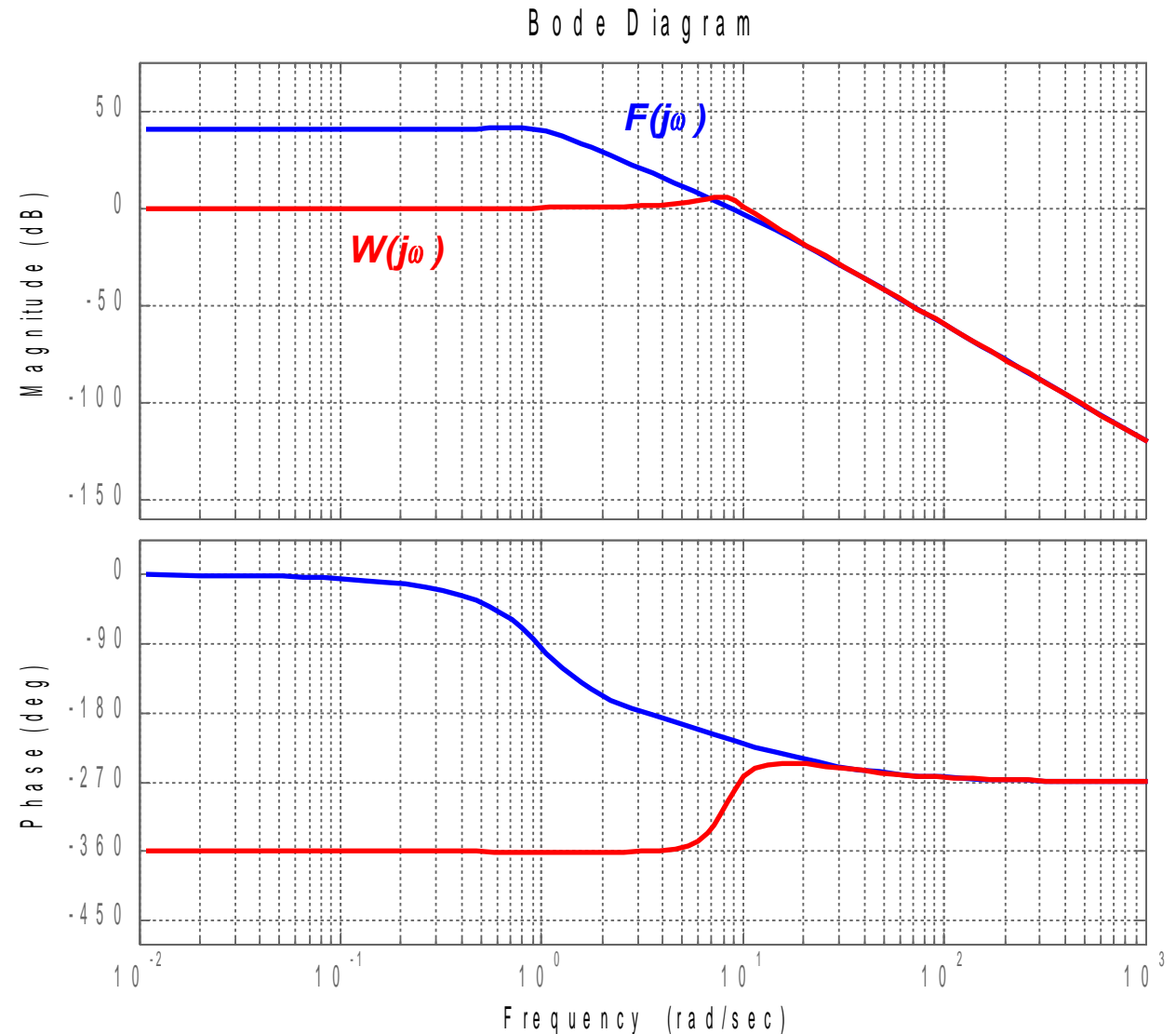
Sistema di controllo in retroazione unitaria single-loop equivalente

$$W'(s) = \frac{F(s)}{1 + F(s)}$$

La B_3 della
 $W(j\omega)$
sarà prossima
alla ω_t

$$2\pi B_3[W] \approx \omega_t[F]$$

$$\omega_t[F] \approx (3-5) B_3[W]$$



Relazioni approssimate

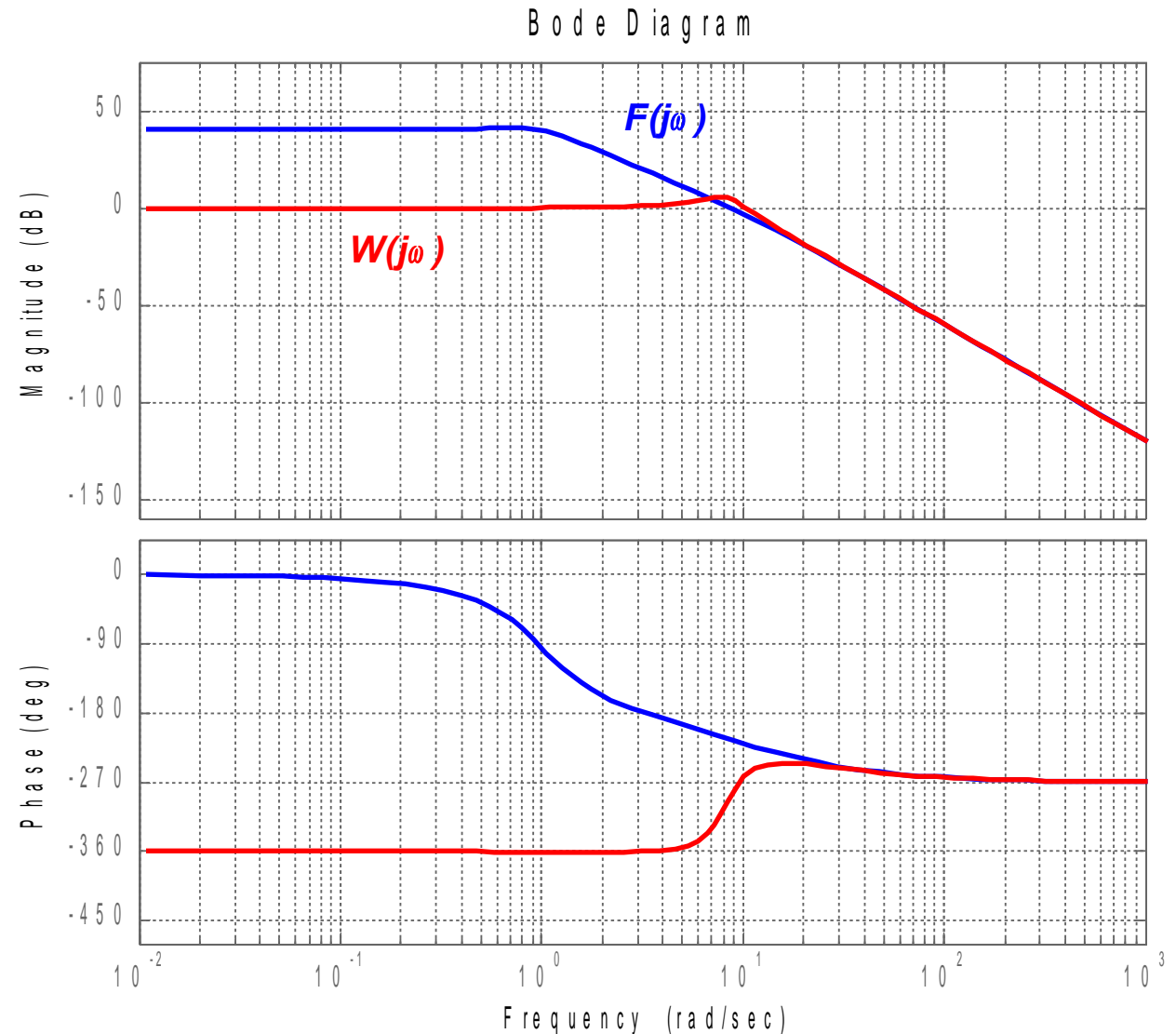
Sistema di controllo in retroazione unitaria single-loop equivalente

$$W'(s) = \frac{F(s)}{1 + F(s)}$$

$$\omega_t[F] \approx (3-5) B_3[W]$$

$$B_3 \approx \bar{B}_3 \Rightarrow \omega_t \approx \bar{\omega}_t$$

$$t_s \leq \bar{t}_s \Rightarrow \omega_t \geq \bar{\omega}_t$$

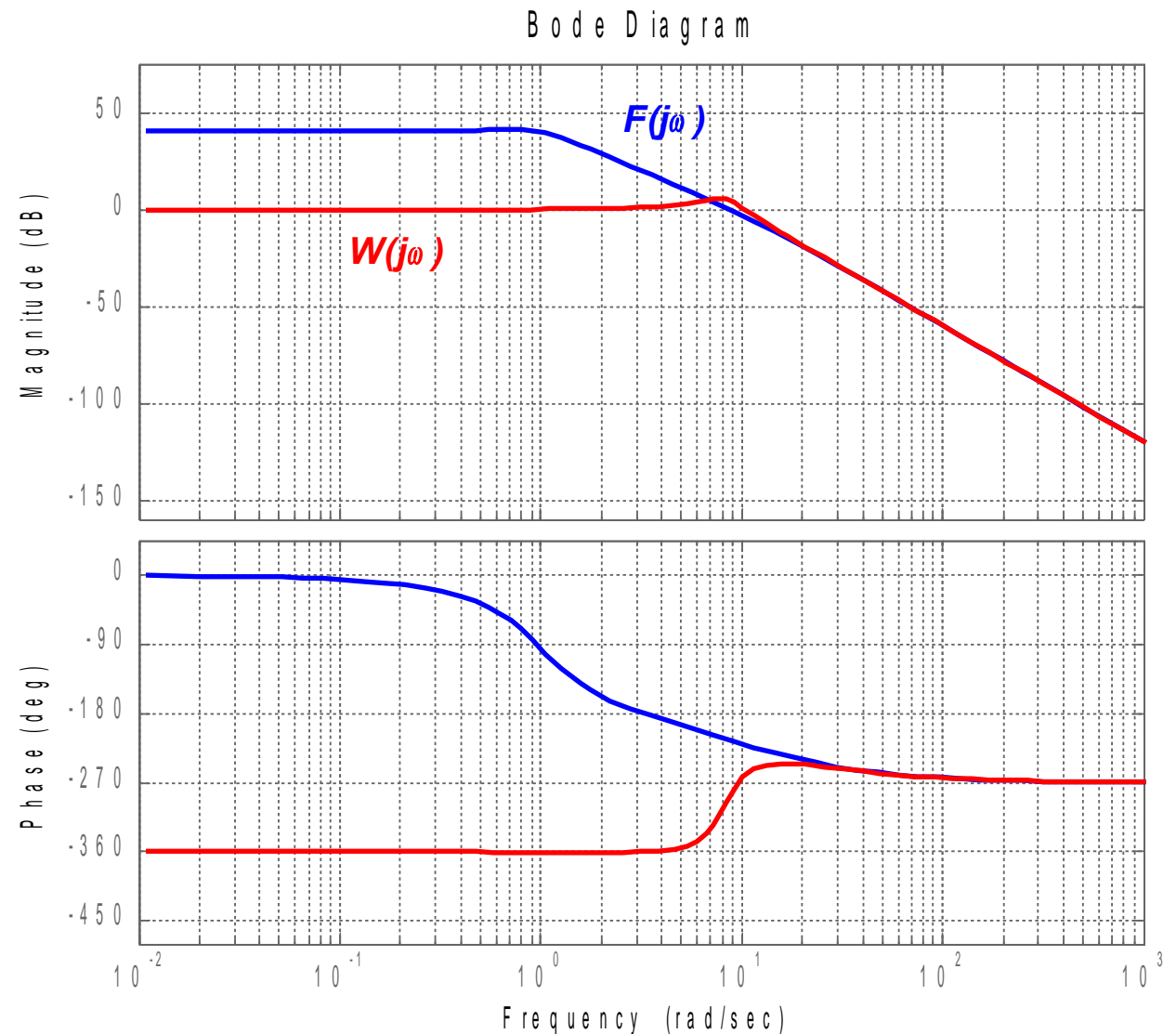


Relazioni approssimate

Sistema di controllo in retroazione unitaria single-loop equivalente

$$W'(s) = \frac{F(s)}{1 + F(s)}$$

La stabilità della
 $W(j\omega)$
dipende dal
margine di fase



Relazioni approssimate

Sistema di controllo in retroazione unitaria single-loop equivalente

La stabilità della $W(j\omega)$ dipende dal margine di fase

$$W'(s) = \frac{F(s)}{1 + F(s)} \qquad F(j\omega_t) = 1 e^{j\varphi} = 1 e^{j(m_\varphi - \pi)}$$

$$\begin{aligned} |W'(j\omega_t)| &= \frac{1}{|1 + e^{j(m_\varphi - \pi)}|} = \frac{1}{|1 + \cos(m_\varphi - \pi) + j \sin(m_\varphi - \pi)|} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{[1 + \cos(m_\varphi - \pi)]^2 + \sin^2(m_\varphi - \pi)}} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2[1 - \cos(m_\varphi)]}} = \frac{1}{2 \left| \sin\left(\frac{m_\varphi}{2}\right) \right|} = \frac{1}{2 \sin\left(\frac{m_\varphi}{2}\right)} \end{aligned}$$

Relazioni approssimate

Sistema di controllo in retroazione unitaria single-loop equivalente

La stabilità della $W(j\omega)$ dipende dal margine di fase

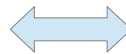
$$W'(s) = \frac{F(s)}{1 + F(s)}$$

$$F(j\omega_t) = 1 e^{j\varphi} = 1 e^{j(m_\varphi - \pi)}$$

Nell'ipotesi che la pulsazione di attraversamento della $F(j\omega)$ sia molto vicina alla pulsazione naturale della $W(j\omega)$

$$|W'(j\omega_n)| = \frac{1}{2\xi} \approx |W'(j\omega_t)| = \frac{1}{2 \sin\left(\frac{m_\varphi}{2}\right)}$$

$$\xi \approx \sin\left(\frac{m_\varphi}{2}\right)$$



$$[m_\varphi]_{deg} \approx 100 \xi$$

Relazioni approssimate

Sistema di controllo in retroazione unitaria single-loop equivalente

La stabilità della $W(j\omega)$ dipende dal margine di fase

$$W'(s) = \frac{F(s)}{1 + F(s)}$$

$$F(j\omega_t) = 1 e^{j\varphi} = 1 e^{j(m_\varphi - \pi)}$$

Nell'ipotesi che la pulsazione di attraversamento della $F(j\omega)$ sia molto vicina alla pulsazione naturale della $W(j\omega)$

$$\xi \approx \sin\left(\frac{m_\varphi}{2}\right)$$

$$\sqrt{1 - \xi^2} \approx \cos\left(\frac{m_\varphi}{2}\right)$$

$$s^o / o \approx 100 e^{-\pi \tan\left(\frac{m_\varphi}{2}\right)}$$

Relazioni approssimate

Sistema di controllo in retroazione unitaria single-loop equivalente

La stabilità della $W(j\omega)$ dipende dal margine di fase

$$W'(s) = \frac{F(s)}{1 + F(s)} \qquad F(j\omega_t) = 1 e^{j\varphi} = 1 e^{j(m_\varphi - \pi)}$$

Nell'ipotesi che la pulsazione di attraversamento della $F(j\omega)$ sia molto vicina alla pulsazione naturale della $W(j\omega)$

$$\xi \approx \sin\left(\frac{m_\varphi}{2}\right)$$

$$\sqrt{1 - \xi^2} \approx \cos\left(\frac{m_\varphi}{2}\right)$$

$$\frac{M_r}{M_0} = \frac{1}{2\xi\sqrt{1 - \xi^2}} \approx \frac{1}{\sin(m_\varphi)}$$

Relazioni approssimate

Sistema di controllo in retroazione unitaria single-loop equivalente

La stabilità della $W(j\omega)$ dipende dal margine di fase

$$W'(s) = \frac{F(s)}{1 + F(s)}$$

$$F(j\omega_t) = 1 e^{j\varphi} = 1 e^{j(m_\varphi - \pi)}$$

$$\frac{M_r}{M_0} \approx \frac{1}{\sin(m_\varphi)}$$

$$s^o / o \approx 100 e^{-\pi \tan\left(\frac{m_\varphi}{2}\right)}$$

$$\begin{aligned} s^o / o \leq \bar{s} &\Rightarrow m_\varphi \geq \bar{m}_\varphi \\ M_r \leq \bar{M}_r \end{aligned}$$

Riepilogo

- ✓ È stata ricondotta la rappresentazione di un sistema di controllo a quella di un sistema a retroazione unitaria
- ✓ Sono state definite le relazioni approssimate tra caratteristiche della risposta armonica a ciclo aperto e quella a ciclo chiuso
- ✓ Sono state definite per il sistema a ciclo aperto le specifiche approssimate a quelle del sistema a ciclo chiuso